

This Page Is Inserted by IFW Operations
and is not a part of the Official Record

BEST AVAILABLE IMAGES

Defective images within this document are accurate representations of the original documents submitted by the applicant.

Defects in the images may include (but are not limited to):

- BLACK BORDERS
- TEXT CUT OFF AT TOP, BOTTOM OR SIDES
- FADED TEXT
- ILLEGIBLE TEXT
- SKEWED/SLANTED IMAGES
- COLORED PHOTOS
- BLACK OR VERY BLACK AND WHITE DARK PHOTOS
- GRAY SCALE DOCUMENTS

IMAGES ARE BEST AVAILABLE COPY.

**As rescanning documents *will not* correct images,
please do not report the images to the
Image Problem Mailbox.**

System for correction of three and four errors

Patent Number: US5710782

Publication date: 1998-01-20

Inventor(s): WENG LIH-JYH (US)

Applicant(s):: QUANTUM CORP (US)

Requested Patent: WO9724813

Application Number: US19950580351 19951228

Priority Number (s): US19950580351 19951228

IPC Classification: H03M13/00

EC Classification: H03M13/15P

Equivalents: AU1346897, AU7681696, CA2213293, CN1176714, EP0830742
(WO9724813), JP11501795T, WO9724812

Abstract

A system determines the error locations of four errors in GF(2^{2m}) by transforming a degree-four error locator polynomial ultimately into two quadratic equations, finding the solutions of these equations, and from these solutions determining the roots of an error locator polynomial. The system first manipulates the error locator polynomial, which is of the form: $\sigma(x) = \sigma_4x^4 + \sigma_3x^3 + \sigma_2x^2 + \sigma_1x + \sigma_0$ [1] into the form: $\theta(y) = y^4 + \theta_2y^2 + \theta_1y + \theta_0$ [2] where the θ_i 's are combinations of the coefficients of the terms of the error locator polynomial. The system has thus produced an equation in which the coefficient of the y^3 term is 0. The system then factors $\theta(y)$, to produce $\theta(y) = (y^2 + t^*y + u)*(y^2 + v^*y + w)$, [3] where "*" represents multiplication. It then determines the values of t , u , v and w by equating the coefficients of the two expressions for $\theta(y)$ and solving first for the variable t , which is equal to v , and then for the variables w and u . Once the values of the variables are determined, the system solves two quadratic equations, one for each of the factors of equation 3. Based on these solutions, the system determines the four error locations associated with the degree-four error locator polynomial.

Data supplied from the esp@cenet database - I2

(19) 日本国特許庁 (JP)

(12) 公表特許公報(A)

(11)特許出願公表番号

特表平11-501795

(43) 公表日 平成11年(1999)2月9日

(5) Int.-Cl.

H03M 13/00
G11B 20/18

封切配号

532
544

1

H03M 13/00
G11B 20/18

532D
544Z

宋史卷一百一十一

(21)出願番号	特願平9-524507	(71)出願人	クウォンタム・コーポレイション アメリカ合衆国、95035 カリフォルニア 州、ミルピタス、マッカーシー・ブルバ ード、500
(36) (22)出願日	平成8年(1996)12月18日	(72)発明者	ウェン, リー-ジャ アメリカ合衆国、01545 マサチューセッ ツ州、シュルーズベリー、ブルックテイ ル・サークル、95
(35)翻訳文提出日	平成9年(1997)8月27日	(74)代理人	弁理士 深見 久郎 (外3名)
(36)国際出願番号	PCT/US96/20547		
(37)国際公開番号	WO97/24813		
(37)国際公演日	平成9年(1997)7月10日		
(31)優先権主張番号	08/580,351		
(32)優先日	1995年12月28日		
(33)優先権主張国	米国(US)		
(31)指定国	EP(AT, BE, CH, DE, DK, ES, FI, FR, GB, GR, IE, IT, L U, MC, NL, PT, SE), AU, CA, CN, J P, KR, SG		

(54) [発明の名稱] 3つおよび4つのエラーを訂正するための改良されたシステム

〈57〉 [要約]

リードソロモン符号またはBCH符号のコードワード内の4つのエラーの位置を決定するための方法が開示される。四次エラーロケータ多項式が操作され(500、502、504、506)三次の項の係数がゼロである形にされ、それから2つの二次多項式が生成される(508、510、514、516、518)。2つの二次多項式の解は次にエラー位置と関連付けられる(524)。2つの二次多項式を生成するためのステップ(514)において、立方根を決定するための回路(200)が使用される。

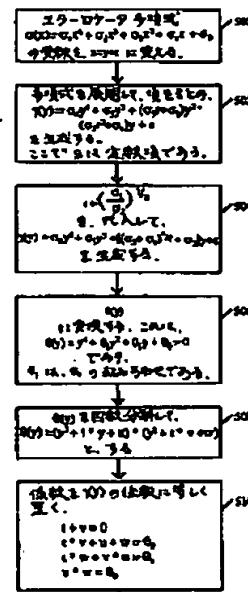


FIG. 5

(2)

特表平11-501795

【特許請求の範囲】

1. リードソロモン符号またはBCH符号のコードワード内の4つのエラーの位置を決定する方法であつて、この方法は、

a. 四次エラーロケータ多項式

$$\sigma(x) = \sigma_4 x^4 + \sigma_3 x^3 + \sigma_2 x^2 + \sigma_1 x + \sigma_0$$

を操作して

$$\theta(\theta)(y) = y^4 + \theta_2 y^3 + \theta_1 y + \theta_0$$

の形の多項式を生成するステップと、

b. 多項式を因数分解して、 $\theta(y) = (y^2 + t' y + u)^2 (y^2 + v' y + w)$ にするステップと

c. ステップaおよびステップbの多項式の係数を等置するステップと、

$$t+v=0$$

$$t'v+u+w=\theta_2$$

$$t'w+v'u=\theta_1$$

$$u'w=\theta_0;$$

d. 唯一の未知数tを持つ方程式

$$t^2 + \theta_2 t + \theta_1 = 0$$

を決定するステップと、

e. 解t₀について解くステップと、

f. uおよびwを解とする二次方程式を形成するステップと、

$$p^2 + (\theta_2 + t_0^2)p + \theta_0 = 0$$

g. 解p₀およびp₁について解くステップと、

h. 解を $\theta(y)$ に代入して1対の二次方程式の解を決定するステップと、

$$y^2 + t_0 y + p_1 = 0$$

$$y_2 + t_0 y + p_1 = 0;$$

i. 1対の二次方程式の解y₀、y₁およびy₂、y₃を、四次エラーロケータ多項式の解と関連付けるステップと、

j. 四次エラーロケータ多項式の解をコードワード内の位置と関連付けるステップとを含む、コードワード内の4つのエラーの位置を決定する方法。

(3)

特表平11-501795

2. $t^3 + \theta_2 t + \theta_1 = 0$ の解について解くステップは、

i. 変数を $t = z + \frac{a}{z}$ ここで $a = \theta_2$ に変えて、 $z^3 + \frac{a^3}{z^3} + \theta_1 = 0$ の形の方程式を生

成するステップと、

ii. ステップ i の方程式を z^3 で乗して、変数 z^3 を持つ二次方程式を得るステップと、

$$(z^3)^2 + \theta_1 z^3 + a^3 = 0$$

iii. ステップ ii の二次方程式を z^3 について解くステップと、

iv. z^3 の立方根 z_0 を決定するステップと、

v. z_0 の値を式 $t = z + \frac{a}{z}$ に代入するステップとを含む、請求項 1 に記載の方法。

3. エラーロケータ多項式を $\theta(y)$ に変換するステップは、

i. 変数を $x = y + r$ ここで $r = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)^{1/2}$ に変え、項を展開しまとめて

$\gamma(y) = \sigma_4 y^4 + \sigma_3 y^3 + (\sigma_3 r + \sigma_2) y^2 + (\sigma_3 r^2 + \sigma_1) y + \sigma_4 r^4 + \sigma_3 r^3 + \sigma_2 r^2 + \sigma_1 r + \sigma_0 = 0$
の形の方程式を生成するステップと、

ii. $r = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)^{1/2}$ をステップ i の方程式に代入し、

$$\gamma(y) = \sigma_4 y^4 + \sigma_3 y^3 + [(\sigma_3 + \sigma_1)^{1/2} + \sigma_2] y^2 + s$$

の形の方程式を生成するステップを含み、ここで s はステップ i の方程式の定数項であり、さらに、

iii.

$$\theta \theta(y) = y^4 + \theta_2 y^2 + \theta_1 y + \theta_0 = 0$$

ここで

(4)

特表平11-501795

$$\theta\theta_1 = \frac{(\sigma_1 * \sigma_1)^{1/2} + \sigma_2}{s}$$

$$\theta\theta_1 = \frac{\sigma_1}{s} \text{かつ}$$

$$\theta\theta_2 = \frac{\sigma_2}{s}$$

に展開される、

$$\theta\theta(y) = \frac{y^4 * y\left(\frac{1}{y}\right)}{s}$$

の解を求めるステップとを含む、請求項 1 に記載の方法。

4. リードソロモン符号またはBCH符号のコードワード内の4つのエラーの位置を決定する方法であって、

a. 四次エラーロケータ多项式

$$\sigma(x) = \sigma_4 x^4 + \sigma_3 x^3 + \sigma_2 x^2 + \sigma_1 x^1 + \sigma_0$$

を操作して、

$$\theta\theta(y) = y^4 + \theta_2 y^3 + \theta_1 y^2 + \theta_0$$

の形の多项式を生成するステップと、

b. 多项式を、因数分解して $\theta\theta(y) = (y^2 + t' y + u) * (y^2 + v' y + w)$ にするステップと

c. t'、u'、v'、およびwの値を决定するステップと、

d. 値t'、u'、v'、およびwを $\theta\theta(y)$ に代入し、1対の二次方程式の解を决定するステップと、

$$y^2 + t' y + u = 0$$

$$y^2 + v' y + w = 0;$$

e. 1対の二次方程式の解 y_0 、 y_1 および y_2 、 y_3 を、四次エラーロケータ多项式の解と関連付けるステップと、

f. 四次エラーロケータ多项式の解をコードワード内の位置と関連付けるステップとを含む、コードワード内の4つのエラーの位置を决定する方法。

5. t 、 u 、 v 、および w の値を決定するステップは、

i. ステップaおよびステップbの多項式の係数を等置するステップと、

$$t+v=0$$

$$t^2v+uvw=\theta_2$$

$$t^2w+vw^2=\theta_1$$

$$u^2w=\theta_0$$

ii. 唯一の未知数 t を持つ方程式を決定するステップと、

$$t^2+\theta_2t+\theta_1=0$$

iii. 解 t_0 について解くステップと、

iv. u および w を解とする二次方程式を形成するステップと、

$$p^2+(\theta_2+t_0^2)p+\theta_0=0$$

v. u および w である解 p_0 および p_1 について解くステップとを含む、請求項

4に記載の方法。

6. $t^2+\theta_2t+\theta_1=0$ の解について解くステップは、

a. 変数を $t=z+\frac{a}{z}$ ここで $a=\theta_2$ に変え、 $z^3+\frac{a^3}{z^3}+\theta_1=0$ の形の方程式を生成

するステップと、

b. ステップaの方程式を z^3 で乗して z^3 を変数とする二次方程式を得るステップと、

$$(z^3)^2+\theta_1z^3+a^3=0$$

c. ステップbの二次方程式を z^3 について解くステップと、

d. z^3 の立方根 z_0 を決定するステップと、

e. z_0 の値を式 $t=z+\frac{a}{z}$ に代入するステップとを含む、請求項5に記載の方

法。

7. エラーロケータ多項式を $\theta(y)$ に変換するステップは、

1. 変数を $x=y+r$ 、ここで $r=\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^{1/2}$ に変え、項を展開しまとめて、

(6)

特表平11-501795

$$\gamma(y) = \sigma_0 y^4 + \sigma_1 y^3 + (\sigma_2 r + \sigma_3) y^2 + (\sigma_4 r^2 + \sigma_5) y + \sigma_6 r^4 + \sigma_7 r^3 + \sigma_8 r^2 + \sigma_9 r + \sigma_{10} = 0$$

の形の方程式を生成するステップと、

ii. $r = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)^{1/2}$ をステップ i の方程式に代入し、

$$\gamma(y) = \sigma_0 y^4 + \sigma_1 y^3 + [(\sigma_2 * \sigma_1)^{1/2} + \sigma_3] y^2 + s, の形の方程式を生成するステップ$$

とを含み、ここで s はステップ i の方程式の定数項であり、さらに

iii. 展開すると、

$$\theta_\theta(y) = y^4 + \theta_2 y^3 + \theta_1 y^2 + \theta_0 = 0$$

ここで

$$\theta\theta_2 = \frac{(\sigma_2 + \sigma_1)^{1/2} + \sigma_3}{s}$$

$$\theta\theta_1 = \frac{\sigma_1}{s} かつ$$

$$\theta\theta_0 = \frac{\sigma_3}{s}$$

$$\text{となる、 } \theta\theta(y) = \frac{y^4 + \gamma\left(\frac{1}{y}\right)}{s}$$

の解を求めるステップとを含む、請求項 4 に記載の方法。

【発明の詳細な説明】

3つおよび4つのエラーを訂正するための改良されたシステム

発明の分野

この発明は、一般に、データ処理システムに関し、より特定的には、エラー訂正コードを用いたデータにおけるエラーを復号しつつ訂正するためのシステムに関する。

発明の背景

磁気ディスクなどの磁気媒体上に記憶されたデータは、典型的には、符号化された形で記憶されており、したがって記憶されたデータ内のエラーを恐らくは訂正することができる。エラーは、たとえば、符号間干渉、ディスク内の欠陥、またはノイズによって起こり得る。ディスク上に記憶されるデータの密度が増加するに伴い、より多くのエラーが起こりかねず、システムはより多数のエラーを訂正せねばならない。システムがエラーを訂正する速度は、システムがデータを処理する全体的な速度において重要である。

記憶する前に、多ビットデータシンボルはエラー訂正コード（ECC）を用いて符号化される。データシンボルがディスクから検索され復調されるとき、ECCが用いられ、その名前が示しているように誤ったデータを訂正する。

特定的には、 k 個のデータシンボルの列はディスクに書込まれる前に、 (n, k) ECCを用いて数学的に符号化され、 $n - k$ ECCシンボルを形成する。ECCシンボルは次にデータの列に添えられ n シンボルエラー訂正コードワードを形成し、これは次にディスクに書込まれるかまたはディスク上に記憶される。データがディスクから読み出されるとき、データシンボルおよびECCシンボルを含むコードワードは検索されそして数学的に復号される。復号の間、データ内のエラーは検出されそしてもし可能ならば、ECCシンボルの操作によって訂正される（復号についての詳細な説明に関しては、ピーターソン（Peterson）およびウェルドン（Weldon）の『エラー訂正コード（Error Correction Codes）』第2版、MIT 出版、1972を参照）。

データシンボルの列の中の多数のエラーを訂正するためには、システムは典型

的には、ガロア体として知られる数組のシンボルのさまざまな数学的特性を効率的かつ効果的に利用するECCを用いる。ガロア体は、「 $G F (P^m)$ 」と表わされ、「 P 」は素数であり、「 m 」は体の中の各要素またはシンボル内の基数「 P 」の桁数と考え得る。 P は普通デジタルコンピュータおよびディスクドライブアプリケーションにおいては値2をとり、したがって、 m は各シンボル内のビット数である。一般にガロア体とともに使用されるECCは、リードソロモン符号またはBCH符号である。

リードソロモン符号またはBCH符号の改変されたコードワードの復号には本質的に4つの主要ステップがある。システムはまずECCシンボルの操作の結果に基づいたエラーシンドロームを決定する。次に、エラーシンドロームを用いて、システムはエラーロケータ多項式を決定する。これはエラーの数と同じ数の次数を有する多項式である。システムは次にエラーロケータ多項式の解を求め、各解からコードワード内の関連するエラーの位置を決定する。最後に、システムはエラー位置に対するエラー値を求める。デジタルコンピュータなどの2進システムにおいてはエラー位置に対して可能なエラー値は1つしかないので、エラー値を決定するステップは重要ではない。

エラー訂正処理の中で最も時間を費やすのは、シンドロームを決定し、エラー位置を求めるステップである。ここに説明する発明は、3つまたは4つのエラーの位置を求めるためにエラー訂正システムの費やす時間を減じる。これは、三次および四次のエラーロケータ多項式の解を求ることを含む。

先行のシステムにおいては、四次の多項式の解は、試行錯誤またはマトリックス操作もしくはルックアップテーブルによって決定されている。試行錯誤法は、あらゆる可能な値、すなわちコードワード位置に関連する適用可能な $G F (2^m)$ のすべての要素を多項式に代入し、各値について多項式の数値を求めるによって行なわれる。もし所与の値について多項式がゼロに等しければ、その値が解である。このシステムは、次に可能な値を多項式に代入しその値が解がどうかを判断することによってこの試行錯誤処理を続け、すべての可能な値が試されてしまうかまたはすべての4つの解が決定されるまでこれを続ける。この試行錯誤処理は、最適化された形態では通常チェンサーチとして知られているが、時間

のかかるものである。さらに、コードワード内のエラーの位置によって処理に費やされる時間が変化するために、処理にかかる時間を予測することができない。

マトリックス操作およびルックアップテーブル法は、

$$\sigma_4 x^4 + \sigma_3 x^3 + \sigma_2 x^2 + \sigma_1 x + \sigma_0$$

の形の一般四次多項式を変換して、

$$x^4 + x^3 + ax + b$$

の形の多項式にすることを含んでいる。

ルックアップテーブルが使用されるのならば、テーブルは、 a および b の可能な値のすべての組に対しての解の組を含んでいる。今日使用されている典型的にはGF(2⁸)にわたるECCについては、テーブルは2¹¹のエントリを有し、その各々が32ビットすなわち4つの8ビット要素を有する。したがって、テーブルはかなりの量の記憶空間を占め、比較的複雑なアドレッシング機構を必要とする。

マトリックス操作法を用いたシステムは、 $f(a), f(a^{-1}), f(a^2), \dots, f(a^{m-1})$ で、ここで $f(x) = x^4 + x^3 + ax + b$ であるものを決定することにより、 $m \times m$ のマトリックスを生成する。次に、マトリックスを操作してマトリックスによって広がりが規定される空間のナル空間を決定する。多項式の解は次にナル空間にわたるベクトルから得ることができる（より詳細な説明については、E・R・ペールカンプ（Berlekamp）『代数的コード理論（Algebraic Coding Theory）』、マグロウヒル・ブックカンパニー（McGraw Hill Book Company）、1968年を参照）。この方法では、 $m \times m$ のマトリックスのビット毎の操作が必要となり、典型的にはマトリックスを変換するために多くの操作演算が必要である。したがって、この方法は時間がかかりかつ計算に集中している。

ここで説明するこの発明のシステムは、4つのエラー位置を求めるためにかかる時間を減じ、四次多項式の解を決定することを含む。このシステムは、ペールカンプによって『代数的コード理論』に説明されているような二次多項式の解を決定する周知の方法を利用している。さらに、このシステムは、ファンデルホルスト（Van der Horst）およびバーガー（Berger）によって「三重エラー訂正2進BCHコードの完全なデコーディング（Complete Decoding of Triple-Error-Correcting BCH Codes）」と題された論文に示されている。

(10)

特表平11-501795

Correcting Binary BCH Codes)」、「情報理論についての IEEE 紀要(IEEE Transactions on Information Theory)」、Vol. IT-22、1976 年、138 頁から 147 頁に説明されている三次多項式の解を決定する方法を利用している。

ファンデルホルストおよびバーガーの教示に従って三次多項式の解を求めるためには、 $GF(2^m)$ にわたってのガロア体要素の立方根を決定することが必要である。後にここで説明するように、本発明者は比較的迅速かつ容易に立方根を求めるためのある発明の回路を開発した。

発明の概要

この発明は、四次エラーロケータ多項式を最終的に 2 つの二次方程式に変換し、これらの方程式の解を求め、これらの解からエラーロケータ多項式の解を決定することによって、 $GF(2^m)$ 内の 4 つのエラーのエラー位置を決定するシステムである。

より特定期には、このシステムは、最初に四次多項式

$$\sigma(x) = \sigma_4 x^4 + \sigma_3 x^3 + \sigma_2 x^2 + \sigma_1 x + \sigma_0$$

[1]

を操作して、

$$\theta(y) = y^4 + \theta_3 y^3 + \theta_2 y^2 + \theta_1 y + \theta_0$$

[2]

の形にする。ここで、 θ_i はエラーロケータ多項式の項の係数の組合せである。 y の項の係数がゼロであることに注意されたい。

このシステムは次に $\theta(y)$ を因数分解して、

$$\theta(y) = (y^2 + t'y + u)(y^2 + v'y + w)$$

[3]

にし、ここで「 \cdot 」は乗法を表わし、そしてこの式を展開して、

$$\theta(y) = y^4 + (t'v)y^3 + (t'v + u + w)y^2 + (t'w + v'u)y + u'w$$

[4]

にし、ここで t' 、 u 、 v 、および w は未知数である。式 2 および式 3 の係数を等置して、このシステムは、

(11)

特表平11-501795

$$t+v=0$$

$$t'v+u'w=t^2+u'w=\theta_2$$

[5]

$$t'w+u'v=t+w+t'u=t'(w+u)=\theta_1$$

$$u'w=\theta_0$$

と決定する。

このシステムは次に変数 t を唯一の未知数とする方程式を生成する。

$$t^2+\theta_2 t+\theta_1=0$$

[6]

この三次方程式は以下により詳細に説明するように、ファンデルホルストおよびバーガーによって説明されている方法を用いて解くことができる。

一旦方程式 6 の解 t が決定されると、この解は θ_1 についての式に代入され、そしてこの式および θ_0 についての式を用いて u および w を解とする二次方程式が形成される。

$$p^2 + (\theta_2 + t_0^2)p + \theta_0 = 0$$

[7]

このシステムは次に二次多項式を解くためのペールカンプの方法を用いて、方程式 7 の解 p_0 および p_1 を求める。解 p_0 および p_1 はそれぞれ u および w であるが、多項式 3 に代入され、各項はゼロとされ、2つの二次方程式が生成される。

$$y^2 + t_0 y + p_0 = 0$$

[8]

$$y^2 + t_0 y + p_1 = 0$$

ペールカンプ法を用いて決定される方程式 8 の解はまた、 $\theta(y)$ の解でもあり、したがってエラーロケータ多項式の解を生成するために直接用いることができる。

この直接的解法は、4つの解を求める、先行の試行錯誤またはマトリックス操作法よりも迅速である。さらに、他の先行の既知のシステムにおいて必要とされるように大きなルックアップテーブルを記憶したりそこにエントリしたりすることは必要ない。

図面の簡単な説明

この発明の性質および目的をより完全に理解するために、添付された図面に関連する以下の詳細な説明を参照されたい。図面中では、

図1は、この発明により構築されるデコーダの機能ブロック図である。

図2は、 $GF(2^m)$ 要素の立方根を決定するための発明の回路の機能ブロック図である。

図3は、図2の回路の動作のフローチャートである。

図4は、 $GF(2^8)$ についての図2の回路である。

図5は、図1のデコーダが4つのエラーの位置を決定するときに行なう動作のフローチャートである。

好ましい実施例の説明

ここで説明する加減乗除の数学演算は、 $GF(2^m)$ にわたってのガロア体の演算である。

次に図1を参照すると、デコーダ10はシンドローム発生器12を含み、これは、従来の態様でエラーシンドロームの関連する組を生成するために動作する。もしシンドロームがすべてゼロであれば、シンドローム発生器12はコードワードにエラーはないと判断する。そうでなければ、シンドローム発生器はシンドロームをエラーロケータ多項式発生器14に送り、これは従来の態様でシンドロームから次数「e」のエラーロケータ多項式を生成する。ここでeはコードワード内のエラーの数である。エラーロケータ多項式発生器14は次にエラーロケータ多項式をエラーロケータプロセッサ16に送り、これはエラーロケータ多項式の解、すなわちエラー位置を決定するための適切な処理を選択しつつ実施する。図1は、これらの処理をいくつかのブロックまたはプロセッサとして描いている。つまり、1つのエラー位置を決定するためのプロセッサ18、2つのエラー位置を決定するためのプロセッサ20、3つのエラー位置を決定するためのプロセッサ22、4つのエラー位置を決定するためのプロセッサ24、および4つより多くのエラー位置を決定するためのプロセッサ26である。

2つ、3つ、および4つのエラープロセッサ20、22および24は相互接続

されている。以下に説明するように、エラーロケータプロセッサ16は対応するエラーロケータ多項式を最終的に関連する二次方程式の組に変換することによって3つおよび4つのエラー位置を決定するためにかかる時間を減する。そのために、4つのエラープロセッサ26は3つのエラープロセッサ24および2つのエラープロセッサ22の両者を利用する。同様に、3つのエラープロセッサ24は2つのエラープロセッサ22を利用する。これらの処理は、別個の専用プロセッサ内で起こっているように描かれているが、1つまたは2つ以上の多目的プロセッサ内で行なわれてもよい。

エラーロケータプロセッサ16は、従来の態様で1つおよび2つのエラーの位置を決定する。これは、ファンデルホルストおよびバーガーによって説明される方法によって3つのエラーの位置を決定する。しかしながら、これは、ガロア体要素の立方根を決定する必要なステップを行なうために発明の回路を使用する。この回路および3つのエラーの位置を決定するための方法が、図2および図3を参照し以下に説明される。

エラーロケータプロセッサ16は、図4を参照して以下に説明される独特の処理を用いて4つのエラーの位置を決定する。この処理を説明する前に、2つのエラー位置処理および3つのエラー位置処理がそれぞれA節およびB節で説明される。

A. 2つのエラー位置の決定

もしコードワードが2つのエラーを含んでいたならば、エラーロケータ多項式の形は、

$$\sigma(x) = \sigma_2 x^2 + \sigma_1 x + \sigma_0 = 0$$

[1]

となる。この多項式の解を求めるために、このシステムは多項式をゼロに等しいとおく。

$$\sigma(x) = \sigma_2 x^2 + \sigma_1 x + \sigma_0 = 0$$

[2]

そしてこの方程式を解 x_0 および x_1 について解く。

方程式2を解くためにエラーロケータプロセッサ16はこの方程式の形を変換

(14)

特表平11-501795

する。

$$y^2 + y + C = 0$$

[3]

変数を、

$$x = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} y$$

[4]

と変えることによって、方程式2は、

$$\sigma_2 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} y \right) = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2} y^2 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2} y + \sigma_0$$

となる。次に、これを $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2}$ で除することによって、このシステムは次の方程式を

生成する。

$$y^2 + y + \frac{\sigma_0 \sigma_1}{\sigma_1^2} = 0$$

[5]

したがって、方程式3のCは $\frac{\sigma_0 \sigma_1}{\sigma_1^2}$ である。

方程式5の解がGF(2ⁿ)内に存在するためには、方程式の両辺の「トレース」は同じでなくてはならない。トレースは、

$$\text{トレース}(\alpha') = \sum_{k=0}^{2^n-1} (\alpha')^k$$

[6]

と定義される。

トレース(0)は0に等しく、したがって、解がガロア体内に存在するためには、

$$\text{トレース}[y^2 + y + C] = 0$$

[7]

である。項の合計のトレースは、個々の項のトレースの合計に等しい。GF(2^m)においては、トレース(y²)=トレース(y)であり、これらの和はガロア体和法を用いると、ゼロである。したがって、方程式5はもしトレース(C)=0ならばGF(2^m)内に解を有する。

方程式5の一般解は、2m-1個の「基底解」の線形結合である。基底解とは、ガロア体の「基底要素」C₁, C₂…C_{2^m-1}の1つをCとする方程式3の解である。基底要素とは、線形結合させると体のすべての他の要素を生成することができる体の要素である。これらの要素は、たとえば、各々が2m-1個の0と1つの1とを含む、すなわち $\alpha^0=000\dots1$ から $\alpha^1=100\dots00$ である2m-1個の要素の組であってもよい。このような体においては、C=00110…0は基底要素00100…0と00010…0との線形結合である。方程式5の一般解は、合計すると

$\frac{\sigma_0\sigma_1}{\sigma_1^2}$ を生成する基底要素に対応する基底解の線形結合である。

生成元多項式X⁴+X+1で定義されるGF(2⁴)においては、ゼロのトレースを有する各要素 α^i はまたその最も重要なビットとしてゼロを有する。したがって、この体内の問題のCは基底要素 $\alpha^0=0001$ 、 $\alpha^1=0010$ および $\alpha^2=0100$ の結合である。対応する基底解は、

$$(\alpha^0)^2 + \alpha^3 = \alpha^0 \quad \text{ここで } y_0 = \alpha^3$$

$$(\alpha^0)^2 + \alpha^2 = \alpha^1 \quad \text{ここで } y_0 = \alpha^2$$

$$(\alpha^0)^2 + \alpha^1 = \alpha^2 \quad \text{ここで } y_0 = \alpha^1$$

であり、もう1つの基底解の組は、

$$(\alpha^{10})^2 + \alpha^{10} = \alpha^0 \quad \text{ここで } y_1 = \alpha^{10}$$

$$(\alpha^{10})^2 + \alpha^7 = \alpha^1 \quad \text{ここで } y_1 = \alpha^7$$

$$(\alpha^{14})^2 + \alpha^{14} = \alpha^2 \quad \text{ここで } y_1 = \alpha^{14}$$

である。このガロア体内では、たとえば、Cが $\alpha^6=0101$ に等しい方程式3の解は、Cを

$$C = \alpha^0 + \alpha^2 = 0001 + 0100$$

に分解し、基底解の対応する組を合計し、たとえば、

(16)

特表平11-501795

$$y_0 = a^3 + a^2 = a^{11}$$

として第1の解を生成し、第2の解を、

$$y_1 = y_0 + a^6$$

と決定することによって決定される。次に、このシステムは二次エラーロケータ多項式の解を、

$$x_0 = y_0 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)$$

$$x_1 = y_1 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)$$

として決定する。

B. 3つのエラー位置の決定

3つのエラーに関連するエラーロケータ多項式の形は、

$$\sigma(x) = \sigma_3 x^3 + \sigma_2 x^2 + \sigma_1 x + \sigma_0$$

[8]

である。解を求めるために、このシステムは、多項式をゼロに等しいとおく。

$$\sigma(x) = \sigma_3 x^3 + \sigma_2 x^2 + \sigma_1 x + \sigma_0 = 0$$

[9]

そしてこの方程式の形を変換して、

$$y^3 + ay + b = 0$$

とする。このために、システムは変数を変え、

$$x = y + \frac{\sigma_2}{\sigma_3}$$

として、方程式 9 は、

$$\sigma \left(y + \frac{\sigma_2}{\sigma_3} \right) = \sigma_3 \left(y + \frac{\sigma_2}{\sigma_3} \right)^3 + \sigma_2 \left(y + \frac{\sigma_2}{\sigma_3} \right)^2 + \sigma_1 \left(y + \frac{\sigma_2}{\sigma_3} \right) + \sigma_0 = 0$$

[10]

となる。次にシステムは方程式 10 の項を展開して、

[12]

特表平11-501795

$$\sigma_3 \left(y^3 + y^2 \frac{\sigma_2}{\sigma_3} + y \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_3} \right)^3 \right) + \sigma_2 \left(y^2 + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_3} \right)^2 \right) + \sigma_1 \left(y + \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right) + \sigma_0 = 0$$

とし、同類項をまとめて、

$$\sigma \sigma_3 y^3 + (\sigma_2 + \sigma_3) y^2 + \left(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_3} + \sigma_1 \right) y + \frac{\sigma_2^3}{\sigma_3^2} + \frac{\sigma_2^3}{\sigma_3^2} + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_3} + \sigma_0 = 0$$

[11]

を生成する。GF(2^{10})においては、同一項の合計はゼロに等しいので、方程式は、

$$\sigma \sigma_3 y^3 + 0 y^2 + \left(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_3} + \sigma_1 \right) y + 0 + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_3} + \sigma_0 = 0$$

[12]

となる。このシステムは方程式12を σ_3 で除し、次の形の方程式を生成する。

$$y^3 + ay + b = 0$$

[13]

$$\text{ここで } a = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_3^2} + \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \quad \text{かつ } b = \frac{\sigma_0}{\sigma_3} + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_3^2}.$$

もし $a \neq 0$ ならば、システムは変数を変え、

$$y = z + \frac{a}{z}$$

[14]

とし、方程式13は、

$$\left(z + \frac{a}{z} \right)^3 + a \left(z + \frac{a}{z} \right) + b = 0$$

[15]

となる。次に方程式15を展開し同類項をまとめて、

(16)

特表平11-501795

$$\begin{aligned} z^3 + \frac{a}{z} z^2 + \left(\frac{a}{z}\right)^2 z + \left(\frac{a}{z}\right)^3 + az + \frac{a^2}{z} + b &= z^3 + az + \frac{a^2}{z} + \frac{a^3}{z^2} + az + \frac{a^2}{z} + b = \\ z^3 + \frac{a^3}{z^2} + b &= 0. \end{aligned}$$

[16]

を生成する。このシステムは次に方程式 16 を z^3 で乗じて、

$$(z^3)^2 + bz^3 + a = 0,$$

[17]

を生成し、この式は、変数 z^3 を有する二次方程式である。次に方程式 17 は A 節で説明した 2 つのエラー方法を用いて解くことができる。

一旦 1 つの解 z_0 が決定されると、このシステムは以下に図 2 および図 3 を参照して説明される回路を用いて立方根 z_0 を求める。m が偶数である限り、方程式 17 の第 2 の解 z_1 は、

$$z_1 = z_0 \cdot \alpha \alpha^{\frac{2^{2m}-1}{3}}$$

であり、m は偶数であるので $2^{2m}-1$ は 3 で割り切れるので、指数 $\frac{2^{2m}-1}{3}$ は常

に整数である。方程式 17 の第 3 の解は、

$$z_2 = z_1 + z_0.$$

である。このシステムは次にこれらの解を y について式に代入し、代入の結果を個々に $\frac{\sigma_1}{\sigma_3}$ に加えて、三次エラーロケータ多項式の解 x_0 、 x_1 および x_2 を生成する。

もし $a = 0$ ならば、方程式 13 の解は $y = b^{1/3}$ である。b の立方根を求めるために、このシステムは図 2 に示す回路を使用する。一旦立方根がわかれれば、このシステムは y_1 および y_2 を、

$$\begin{aligned} y_1 &= y_0 \cdot \alpha \alpha^{\frac{2^{2m}-1}{3}} \quad \text{および} \\ y_2 &= y_0 + y_1 \end{aligned}$$

(19)

特表平11-501795

と決定し、これらの値から解 x_0 、 x_1 および x_2 を決定する。

次に図2および図3を参照すると、回路200は、GF(2^{2^m})の要素 α^{3^k} の立方根を、この要素を、 α^k に関連する累乗で乗することによって求める。いす

れのGF(2^{2^m})の要素の2^k乗も、複数の従来のガロア体乗算器を使用して容易に達成される。

回路200は、恒等式 $x^2 - 1 = (x-1) \cdot (x+1)$ を利用している。 x が2^mに等しいと、この恒等式は、 $2^{2^m} - 1 = (2^m - 1) \cdot (2^m + 1)$ となる。因子 $2^m - 1$ または $2^m + 1$ の1つは3で割り切れるが、両方の因子が割り切れるわけではない。もしくは、 $m = 4$ であれば、因子 $2^m - 1$ は3で割り切れ、 $2^m + 1$ は割り切れない。回路200はまた、 $(\alpha^{2^{m-1}})^3 \cdot (\alpha^{2^{m+1}}) = \alpha^{2^{m+1}}$ という事実も利用し

ている。

回路200を用いて、ガロア体要素 α^{3^k} は、乗算器202内で、3で割り切れない恒等式の因子に対応する累乗に乗される（ステップ300）。 $m = 4$ の例では、要素は、 $2^m + 1$ 乗に乗される。そして、ルックアップテーブル204を用いて、積 $\alpha^{3k(2^m+1)}$ の立方根 $\alpha^{k(2^m+1)}$ を求める（ステップ302）。可能な積 $\alpha^{3k(2^m+1)}$ の立方根についてしかエントリを持たないテーブルは、比較的小さい。

GF(2⁸)の例では、テーブルは5つのエントリしか持たない。

乗算器202はまた、要素 α^k を $\frac{2^m - 1}{3}$ に対応する累乗で乗し（ステップ30

4）、その結果は、ルックアップテーブル204によって生成された立方根で、GF乗算器206内で乗される（ステップ306）。

$$\alpha^{k(2^m-1)} \cdot \alpha^{k(2^m-1)} = \alpha^{k(2^m-1)}$$

ステップ308において、このシステムは、この積を $\frac{1}{2^{m-1}}$ 乗し、立方根 α^k を生

成する。

図4は、GF(2⁸)、すなわち $m = 4$ についての回路200を示している。 α^{3^k} を $2^m + 1$ 乗するために、この回路は、GF乗算器201内で、まず要素を

(20)

特表平11-501795

2^4 または $2^4 = 16$ 乗する。次に、GF乗算器203内で、積 $\alpha^{3k(16)} = \alpha^{48k}$ を要

素 α^* で乗して、積 $\alpha^{3k(2^5+1)} = \alpha^{32k}$ を生成する。この積は、5つの要素のルックアップテーブル204に入るために使用される。

$$\begin{array}{rcl} \alpha^0 & \rightarrow & \alpha^0 \\ \alpha^{31} & \rightarrow & \alpha^{32} \\ \alpha^{102} & \rightarrow & \alpha^{34} \\ \alpha^{133} & \rightarrow & \alpha^{33} \\ \alpha^{204} & \rightarrow & \alpha^{35} \end{array}$$

これによって α^{32k} が生成される。

GF乗算器207および208を用いて、要素 α^* は $\left(\frac{2^n - 1}{3}\right)$ または $\frac{2^4 - 1}{3} = 5$

乗される。GF乗算器207はまず要素を 2^3 または4乗し、GF乗算器209

は積 $\alpha^{3k(4)} = \alpha^{12k}$ を要素 α^{31} で乗し、積 α^{32k} を生成する。

GF乗算器206は次に2つの積を乗する $\alpha^{32k} \cdot \alpha^{12k} = \alpha^{44k}$ 。この結果は次に

乗算器210内で $\frac{1}{2^{min}}$ または $\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$ 乗され、立方根、 α^t を生成する。

回路200は、そこに与えられたすべての要素に対して結果を生成する。しかしながら、ガロア体のすべての要素に対する立方根が必ずしもあるわけではない。したがって、このシステムは結果をテストして（ステップ310）、その結果が実際の立方根であるかどうかを判断せねばならない。したがってこのシステムは、結果をそれ自身で2回乗し、その積が回路に与えられた要素と等しいかどうかを判断する（ステップ312）。もし等しければ、立方根は正確であり、エラー位置が決定できる（ステップ314）。しかしながらもし積が要素に等しくなければ、システムはエラー位置が見つからないと判断する（ステップ316）。そしてシステムはエラー位置を探す処理を終了する。

C. 4つのエラー位置の決定

(21)

特表平11-501795

4つのエラーに関連するエラーロケータ多項式の形は、

$$\sigma(x) = \sigma_4 x^4 + \sigma_3 x^3 + \sigma_2 x^2 + \sigma_1 x + \sigma_0$$

[18]

である。解を求めるため、システムはこの多項式をゼロに等しいとおく。

$$\sigma(x) = \sigma_4 x^4 + \sigma_3 x^3 + \sigma_2 x^2 + \sigma_1 x + \sigma_0 = 0$$

[19]

そしてこの方程式の形を変換し、

$$y^4 + dy^3 + ey^2 + h = 0$$

とする。特定的には、ここで図5を参照すると、システムはステップ500において変数を変える。

$$x = y + r, \quad \text{ここで} \quad r = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_4} \right)^{1/2}$$

そして方程式19は

$$y(y) = \sigma_4 (y+r)^4 + \sigma_3 (y+r)^3 + \sigma_2 (y+r)^2 + \sigma_1 (y+r) + \sigma_0 = 0$$

[20]

となる。ステップ502においてこのシステムは項を展開して、

$$y(y) = \sigma_4 (y^4 + r^4) + \sigma_3 (y^3 + y^2 r + y r^2 + r^3) + \sigma_2 (y^2 + r^2) + \sigma_1 (y + r) + \sigma_0 = 0$$

とし、同類項をまとめて、

$$y(y) = \sigma_4 y^4 + \sigma_3 y^3 + (\sigma_3 r + \sigma_2) y^2 + (\sigma_3 r^2 + \sigma_1) y + \sigma_4 r^4 + \sigma_3 r^3 + \sigma_2 r^2 + \sigma_1 r + \sigma_0 = 0$$

=0

[21]

を生成する。次に、ステップ504において、このシステムはrに対して

$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_4} \right)^{1/2}$ を代入し、ここで

$$\sigma_0 \left[\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_4} \right)^{1/2} \right]^2 + \sigma_1 = \sigma_1 + \sigma_1 = 0$$

であるので、線形項の係数はゼロである。したがって方程式21は、

(22)

特表平11-501795

$$\sigma_4 y^4 + \sigma_3 y^3 + [(\sigma_2 * \sigma_1)^{1/2} + \sigma_1] y^2 + s,$$

[22]

となり、ここで「s」は方程式21の定数項である。

この方程式を直接解くのではなくこのシステムはステップ506において、

$$\theta\theta(y) = \frac{y^4 * \gamma\left(\frac{1}{y}\right)}{s}$$

[23]

の解を求める。

したがって、このシステムは、

$$\theta\theta(y) = \frac{y^4}{s} \left[\sigma_4 \frac{1}{y^4} + \sigma_3 \frac{1}{y^3} + [(\sigma_2 * \sigma_1)^{1/2} + \sigma_1] \frac{1}{y^2} \right] + s$$

[24]

または、

$$\theta\theta(y) = y^4 + \theta_2 y^3 + \theta_1 y^2 + \theta_0 = 0$$

[25]

ここで

$$\theta\theta_1 = \frac{(\sigma_2 * \sigma_1)^{1/2} + \sigma_1}{s}$$

$$\theta\theta_2 = \frac{\sigma_1}{s}$$

$$\theta\theta_0 = \frac{\sigma_4}{s}$$

を解く。ステップ508においてこのシステムはまず方程式25を因数分解して

$$\theta\theta(y) = (y^2 + t' y + u) * (y^2 + v' y + w) = 0$$

[26]

とする。ここで方程式25は因数分解できるものと仮定しているが、これはエラ

(23)

特表平11-501795

ーロケータ多項式の解がGF(2²⁰)内に存在するとするならば妥当な仮定である。

このシステムは方程式26の項を展開して、

$$\theta(y) = y^4 + (t+v)y^3 + (t'v+u+w)y^2 + (t'w+v'u)y + u'w = 0$$

[27]

とし、この方程式の係数を方程式25の係数に等しいものとおく（ステップ510）。

$$t+v=0$$

$$t'v+u+w=\theta_2$$

$$t'w+v'u=\theta_1$$

$$u'w=\theta_0$$

したがって、

$$t=v$$

$$t^2+(u+w)=\theta_2$$

$$t'(w+u)=\theta_1$$

$$u'w=\theta_0$$

ステップ512において、このシステムは次に唯一の未知数「t」を持つ方程式を決定する。 θ_2 、 θ_1 および θ_0 はエラーロケータ多項式の係数の組合せである

の

で、既知であることを思い出されたい。したがって、このシステムは $u+w=\frac{\theta_1}{t}$

とおき、これを θ_2 についての式に代入し、かつ t で乗することによって、方程式

$$t^3+\theta_2 t+\theta_1=0$$

[28]

を生成する。

この結果は、上のB節で説明した演算を用いて解くことができる二次多項式である（ステップ514）。特定的には、このシステムは変数を変え、

(24)

特表平11-501795

$$t = z + \frac{a}{z} \quad \text{ここで } a = \theta_1$$

そして方程式 28 は、

$$\left(z + \frac{a}{z}\right)^3 + a\left(z + \frac{a}{z}\right) + \theta_1 = 0$$

となる。項を展開しあつまとめて、

$$\begin{aligned} z^3 + \left(\frac{a}{z}\right)^3 z + \frac{a}{z} z^2 + \left(\frac{a}{z}\right)^3 + a_3 + \frac{a^2}{z} + \theta_1 &= \\ z^3 + az + \frac{a^2}{z} + \frac{a^3}{z^2} + az + \frac{a^2}{z} + \theta_1 &= z^3 + \frac{a^3}{z^2} + \theta_1 = 0 \end{aligned}$$

[29]

かつ z^3 で乗することによって、このシステムは、変数 z^3 を持つ二次方程式である方程式 $(z^3)^2 + \theta_1 z^3 + a^3 = 0$ を生成する。

A 節の方法を用いて、このシステムは方程式 29 の解を求める。

このシステムはこうして変数を変え、

$$z^3 = \theta_1 g$$

[30]

とし、そして二次方程式は、

$$\theta_1^2 g^2 + \theta_1^2 g + a^3 = 0$$

[31]

または

$$g^2 + g + \frac{a^3}{\theta_1^2} = 0$$

となる。もしトレース $\left(\frac{a^3}{\theta_1^2}\right) = 0$ ならば、方程式 31 の解は GF (2^m) 内に存

在する。解が存在すると仮定すると、これらは、 $\frac{a^3}{\theta_1^2} = \frac{\theta_1^2}{\theta_1^2}$ を基底要素の線形結合

に分解し、基底要素を対応する基底解と関連付けることによって、決定される。

一旦解が決定されると、システムはそれらのうち 1 つをたとえば g_0 を z^3 につ

(25)

特表平11-501795

いて式30に代入し、図2の回路を用いて z^3 の立方根 z_0 を決定する。このシステムは次に式

$$t = z + \frac{a}{z}$$

[32]

の z に z_0 を代入して、これから t_0 を決定する。

w および u を決定するために、このシステムはステップ516において、値 t および式

$$t^2 + (u+w) = \theta_2 \text{ および}$$

$$u \cdot w = \theta_0$$

を用いて、解として u および w を有する二次方程式33を生成する。

$$(p+u)^2 \cdot (p+w) =$$

$$p^2 + (u+w) \cdot p + (u \cdot w) =$$

$$p^2 + (\theta_2 + t_0^2) \cdot p + \theta_0 = 0,$$

[33]

このシステムは次に、A節の方法を用いて方程式33の解を決定する。次にステップ518においてこれらの解 p_0 および p_1 を方程式26の因数に代入して、二次方程式を生成する。

$$y^2 + t_0 \cdot y + p_0 = 0$$

および

[34]

$$y^2 + t_0 \cdot y + p_1 = 0,$$

そして、ステップ520においてA節の方法を用いて解 y_0 、 y_1 および y_2 、 y_3 について解く。方程式33の解 y_0 、 y_1 、 y_2 および y_3 は $\theta(y)$ の解であり、 $1/y_0$ 、 $1/y_1$ 、 $1/y_2$ および $1/y_3$ は $\gamma(y)$ の解である。次にこのシス

テムはステップ522において $1/y_0$ 、 \dots $1/y_3$ を式 $x = y + r$ に代入し、四次エラーロケータ多項式の解を決定する。最後に、このシステムはステップ524において、エラーロケータ多項式の解をコードワード内の位置と関連付ける。

(26)

特表平11-501795

この四次エラーロケータ多項式の解を決定する直接的方法は、チェンサーチを行なったりまたは $m \times m$ のマトリックスを操作したりするよりも迅速である。さらに、この方法においては、他の先行する既知のシステムにおいて使用される大きなルックアップテーブルが必要ない。

(27)

特表平11-501795

【図1】

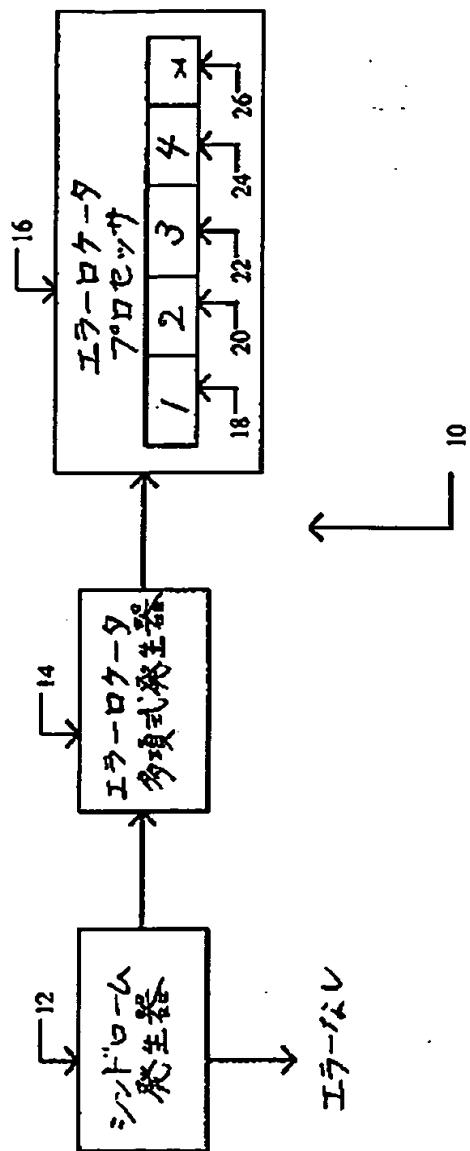


FIG. 1

(28)

特表平11-501795

【図2】

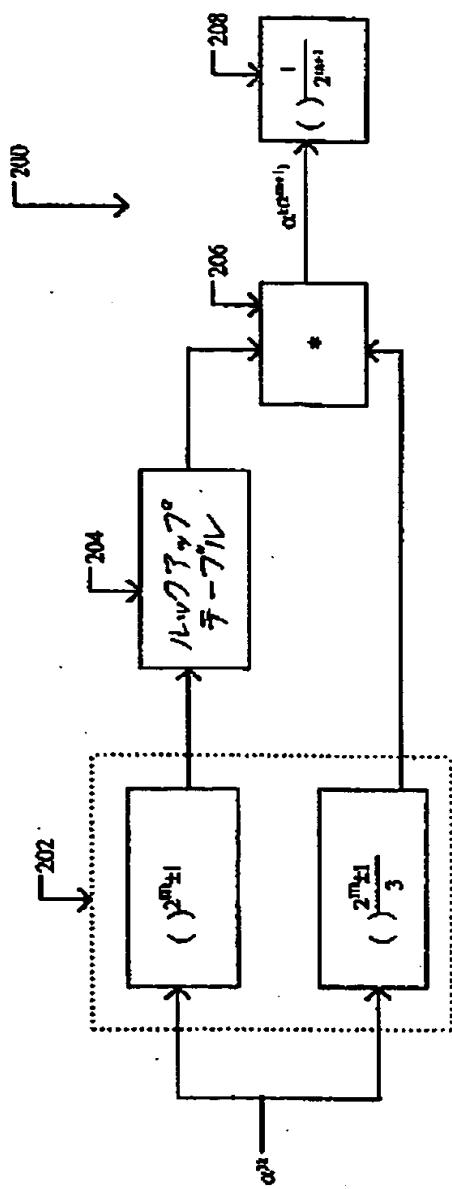


FIG. 2

(29)

特表平11-501795

【図3】

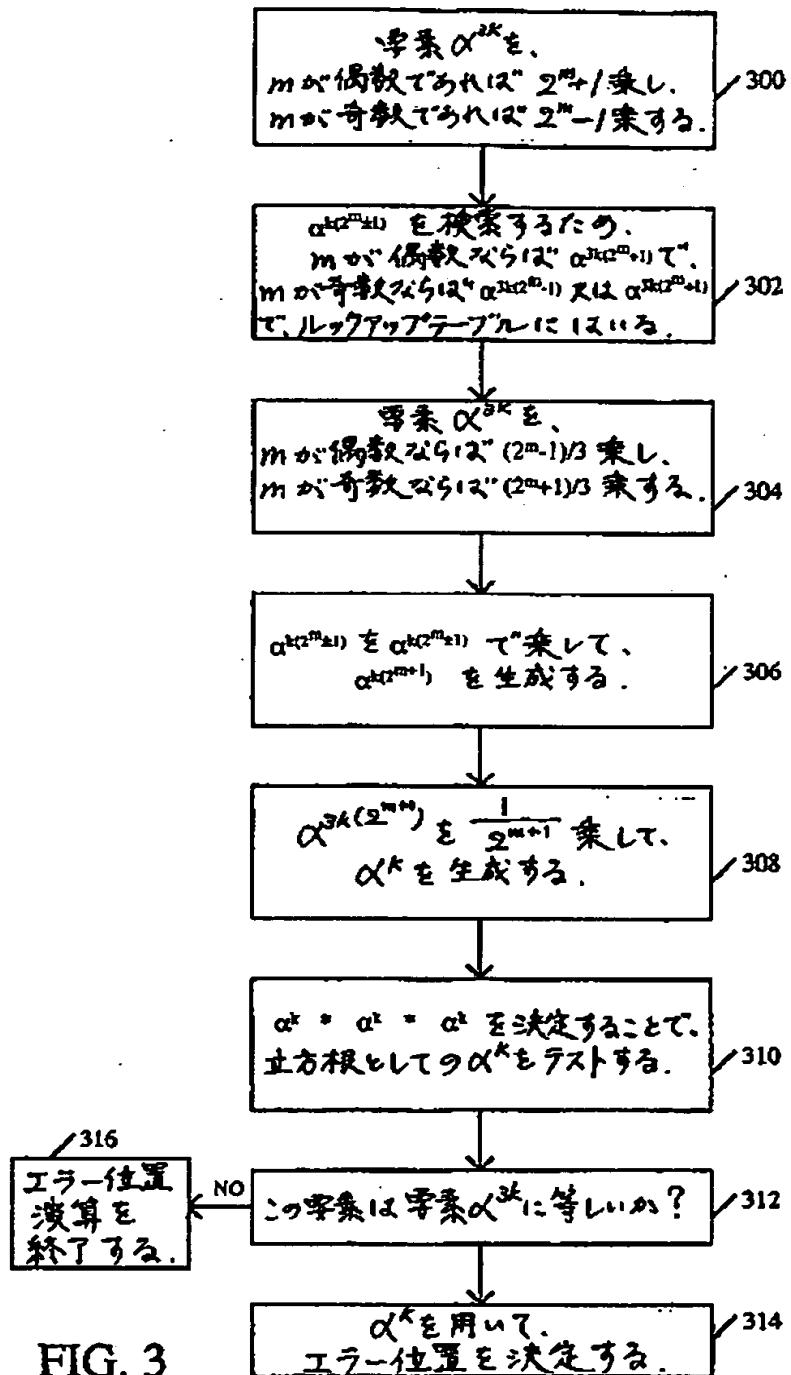


FIG. 3

(30)

特表平11-501795

【図4】

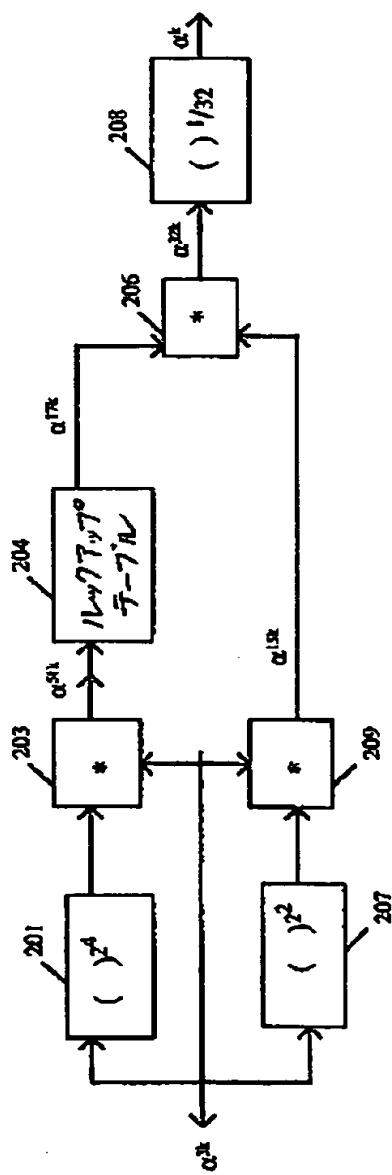


FIG. 4

(31)

特表平11-501795

【図5】

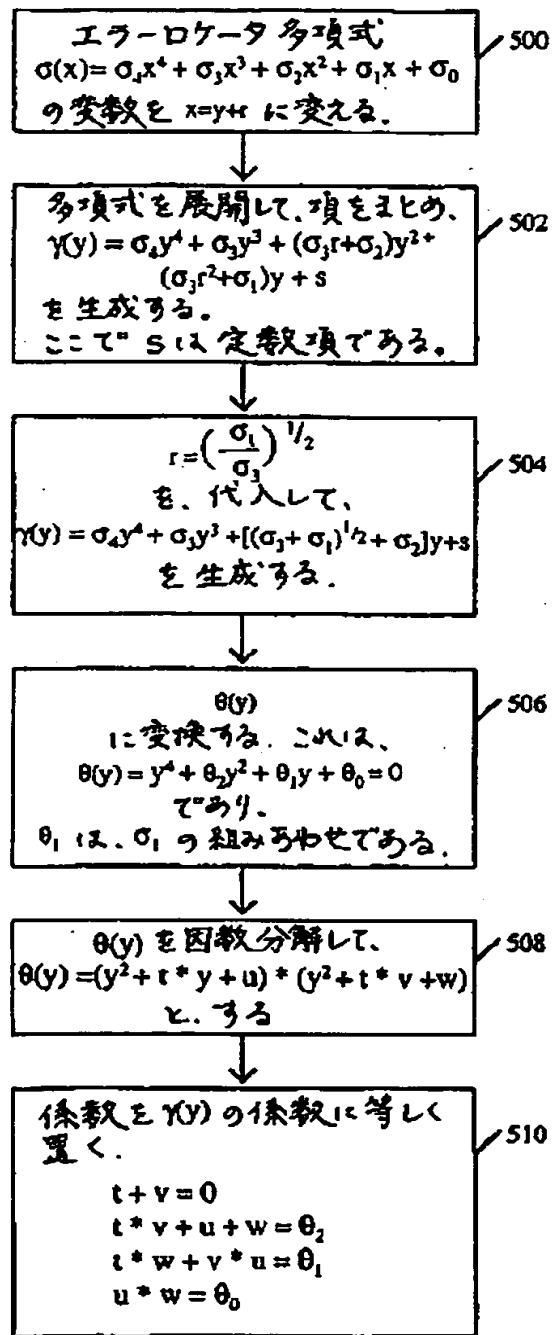


FIG. 5

(32)

特表平11-501795

[図5 (CONT)]

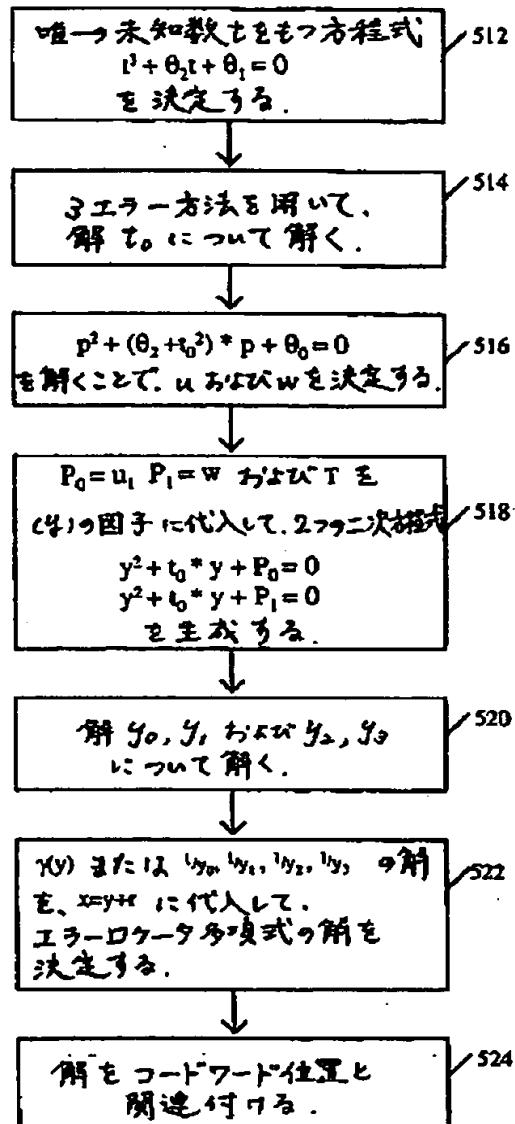


FIG. 5 (CONT)

(33)

特表平11-501795

[国際調査報告]

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

Int'l. Appl. No.
PCT/US96/20547

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER		
IPC(6) : H03M 13/00 US CL : 371/37.1 According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC		
B. FIELDS SEARCHED		
Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols) U.S. : 371/37.1		
Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched NONE		
Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used) APS Text search terms 371/clas and (quadratic or root?)		
C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT		
Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
X	US, A, 4,567,594 (DEODHAR) 28 January 1986, col. 9 line 4 39 to col. 11 line 23.	4
A		— 1-3, 5-7
A	US, A, 4,099,160 (FLAGG) 04 July 1978, col. 7, line 6 to col. 9 line 29.	1-7
A	US, A, 4,839,896 (GLOVER ET AL) 13 June 1989, col. 10 lines 80-89, col. 11 line 20 to col. 12 line 14.	1-7
<input type="checkbox"/> Further documents are listed in the continuation of Box C. <input type="checkbox"/> See patent family annex.		
<p>* Special categories of cited documents:</p> <ul style="list-style-type: none"> "A" document defining the general state of the art which is not considered to be prior art; "B" earlier document published on or after the international filing date which may draw attention to prior art which is not considered to constitute the publication date of another citation or other special reason for specifying); "C" document referring to an oral disclosure, i.e. exhibition or other means; "D" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed. 		
Date of the actual completion of the international search 04 MARCH 1997	Date of mailing of the international search report 27 MAR 1997	
Name and mailing address of the ISA/US Commissioner of Patents and Trademarks Box PCT Washington, D.C. 20231 Facsimile No. (703) 305-3230	Authorized officer STEVEN M. BAKER Telephone No. (703) 305-3800	

Form PCT/ISA/210 (second sheet)(July 1992)

(34)

特表平11-501795

【要約の様式】

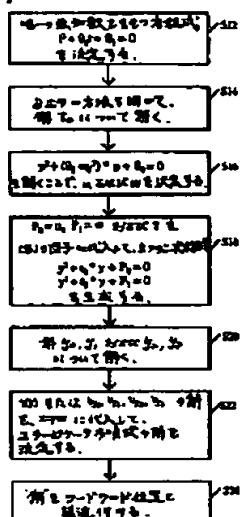


FIG. 5 (CONT)